

全港小學數學比賽
創意解難 挑戰三
樣本試題一

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

數字規律

指引

本卷共 4 頁。全卷佔 30 分。

簡介

1. 整數包括正整數 (1, 2, 3, 4, ...)、0、負整數 (-1, -2, -3, -4, ...) 三類。
2. 「非負整數」指「0」及正整數。
3. 以下的任務是要探討如何把數字寫成 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式，其中 a 和 b 均為非負整數或整數。例如：

21 能夠表示為 $4 \times 0 + 7 \times 3$ ，而

22 能夠表示為 $4 \times 2 + 7 \times 2$ 。

任務一：

1. 把下列數字以 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為非負整數： (7分)

(a) $20 = 4 \times \underline{\hspace{2cm}} + 7 \times \underline{\hspace{2cm}}$

(b) $21 = 4 \times 0 + 7 \times 3$

(c) $22 = 4 \times 2 + 7 \times 2$

(d) $23 = 4 \times \underline{\hspace{2cm}} + 7 \times \underline{\hspace{2cm}}$

(e) $24 = 4 \times \underline{\hspace{2cm}} + 7 \times \underline{\hspace{2cm}}$

(f) $25 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

(g) $26 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

(h) $27 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

(i) $28 = \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}} \underline{\hspace{2cm}}$

2. 43 能夠表示為 $4 \times 9 + 7 \times 1$ 或 $4 \times 2 + 7 \times 5$ 兩種不同形式。

(a) 請把 40 以兩種 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為非負整數。

(2分)

及

(b) 請把 72 以三種 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為非負整數。

(3分)

及

任務二：

3. 下表列出當 a 和 b 為不同數值時， $4 \times a + 7 \times b$ 的值。

		b					
		0	1	2	3	4	→
a	0	0	7	14	21		
	1	4	11	18		32	
	2	8	15		29	36	
	3	12	19		33		
	4	16		30			
	↓						

(a) 把適當的數字填入上表中五個空格內。 (3分)

(b) 在上表中，部分 0 至 8 的數字均在表內。請找出 0 至 8 之間哪些數字不在表內。

(2分)

(c) 若 a 和 b 為任何非負整數，試找出不能以 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示的數最大會是多少？

(2分)

4. (a) 試描述從上表中任何一條對角線沿以下方向移動，數字的變化有何規律？

i. 從右上到左下 (↙) (1分)

答案：下一項較上一項 (增加 / 減少) * _____。

ii. 從左上到右下 (↘) (1分)

答案：下一項較上一項 (增加 / 減少) * _____。

(* 請圈出適當答案，並在橫線上填寫數字答案。)

(b) 請解釋出現以上規律的原因。

(2分)

任務三：

5. 如果 a 和 b 可以是負整數，則 $4 \times a + 7 \times b$ 能夠表示任何非負整數。例如，不在上表中的數字 10 能以 $4 \times a + 7 \times b$ 表示，即 $10 = 4 \times (-1) + 7 \times 2$ ，其中 $a = -1$ 及 $b = 2$ 。

(a) 試把第 3 題 (b) 部答案中任何四個數字分別以 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示，其中 a 和 b 均為整數。

	(1 分)
--	-------

	(1 分)
--	-------

	(1 分)
--	-------

	(1 分)
--	-------

(b) 試找出兩種 $4 \times a + 7 \times b$ 的形式表示 0，其中 a 和 b 均為整數。你認為數字「0」共有多少種不同的表示方式。

	(1 分)
--	-------

及

	(1 分)
--	-------

數字「0」共有

	(1 分)
--	-------

種不同的表示方式。

全港小學數學比賽
創意解難 挑戰三
樣本試題二

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

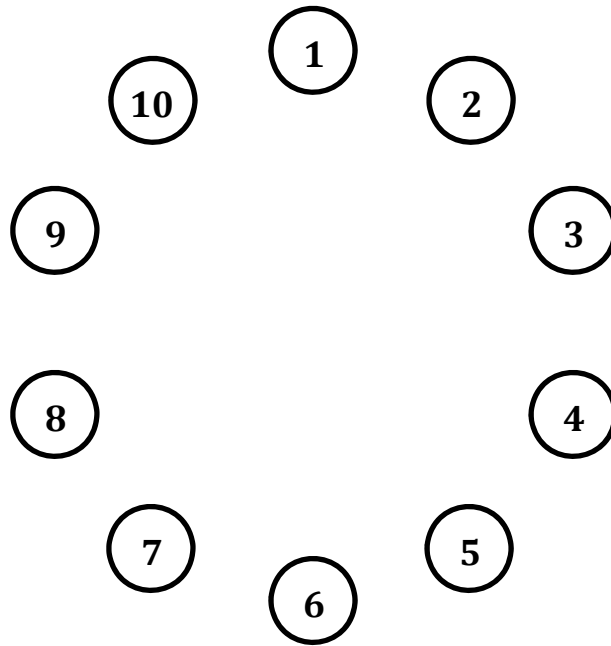
移去碟子

指引

本卷共 5 頁。全卷佔 30 分。

簡介

1. 是次任務要依順時針或逆時針的方向，把在圓圈上的碟子逐一移去。最後需找出剩下的最後一隻碟子。
2. 在此挑戰題中，同學需要認識有關次方的法則，例如：
 - $a \times a = a^2$
 - $a \times a \times a = a^3$
 - $a \times a \times a \times a = a^4$
 - $a \times a \times a \times a \times a = a^5$



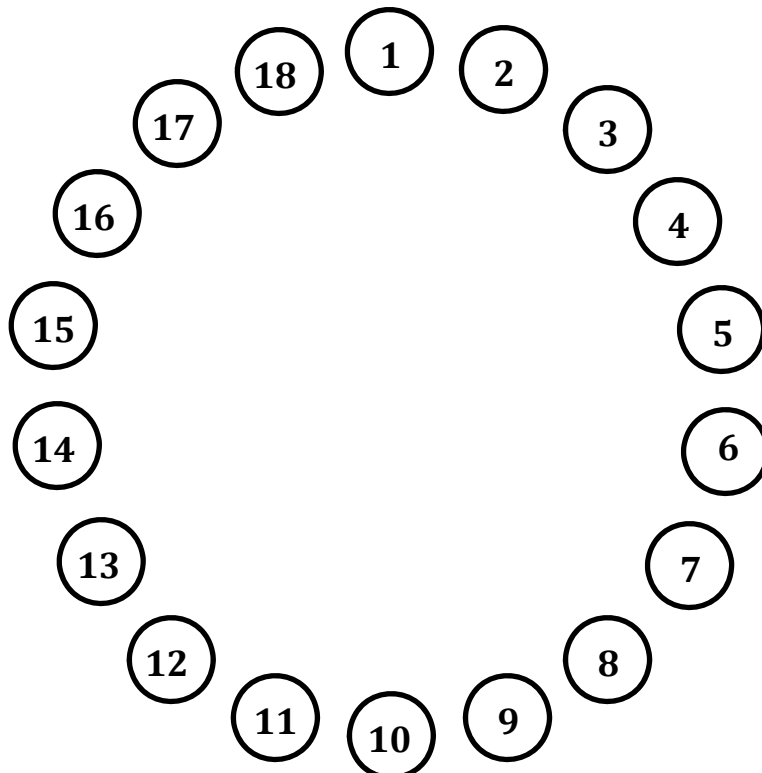
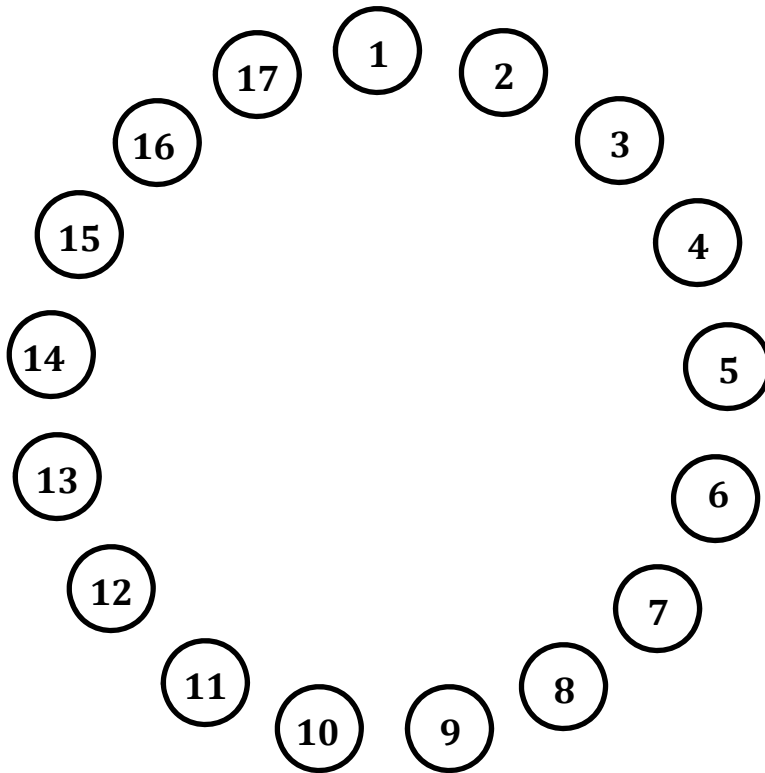
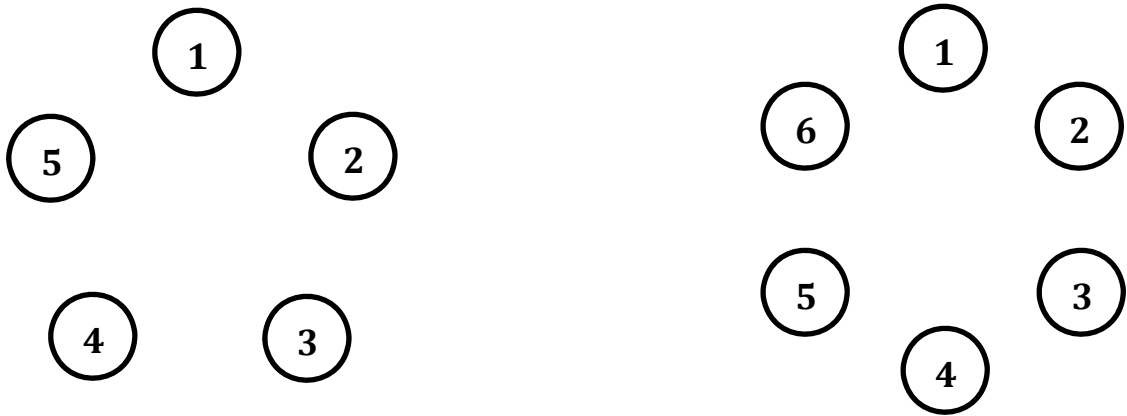
在枱上擺放了十隻編號為1至10的碟子，圍成一個圓圈。

規則：按順時針的方向先移去編號 1 的碟子，但跳過下一隻（即編號 2 的碟子），再移去隨後的一隻碟子（即編號 3 的碟子），又再跳過下一隻（即編號 4 的碟子），直至枱面上剩下一隻碟子。被移去的碟子順序為 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8。剩下的一隻是 4。

1. 下表顯示在活動開始之先，當圓圈上分別有 2 隻, 3 隻, 4 隻, ..., 20 隻碟子時剩下最後一隻碟子的號碼。請完成下表。同學可利用下頁的圖畫作為分析工具。 (7 分)

開始時圓圈上碟子的數目	剩下一隻的號碼
2	2
3	2
4	4
5	
6	
7	
8	8
9	
10	4

開始時圓圈上碟子的數目	剩下一隻的號碼
11	6
12	8
13	10
14	
15	14
16	16
17	
18	
19	6
20	8



2. (a) 當圓圈上有 2, 4, 8 或 16 隻碟子時，在尋找最後剩下一隻的號碼時你有何發現？

(1 分)

- (b) 假設此規律將會繼續，請寫出之後的三個數。

(2 分)

3. 利用 (2) 的結果，及在 (1) 的表格中所發現的任何規律，回答下列問題：

當開始時圓圈上的碟子為以下的數目時，最後剩下的一隻碟的號碼是甚麼？

- (a) 65 隻

(2 分)

- (b) 125 隻

(2 分)

- (c) 200 隻

(2 分)

- (d) 10000 隻

(3 分)

4. 若最後剩下碟子的號碼是 10 號，試找出開始時圓圈上的碟子數目的一般結果。

(3 分)

5. 再考慮在第二頁的10隻碟子。是次將按逆時針的方向移去編號 10 的碟子，但跳過下一隻，再移去隨後的一隻碟子，又再跳過下一隻，直至枱面上剩下一隻碟子。剩下的一隻應該是 7。

- (a) (i) 請寫出被移去的碟子的次序。

10,	(1 分)
-----	-------

- (ii) 若按順時針的方向先移去編號1的碟子，被移去的碟子順序為 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8。比較這個次序與在本題 (a)(i) 部分找到的次序。試找出這兩組數字的關係。

	(2 分)
--	-------

- (b) (i) 假設開始時圓圈上有 n 隻碟子，若按順時針的方向先移去編號 1 的碟子，最後剩下的碟子的號碼為 x 。但若按逆時針的方向先移去編號 n 的碟子，最後剩下的碟子的號碼為 y 。求聯繫 x , y 和 n 的方程。

	(2 分)
--	-------

- (ii) 若按逆時針的方向先移去編號 100 的碟子，求最後剩下的碟子的號碼。

	(3 分)
--	-------

全卷完